

Олимпиада «Курчатов» — 2017 по математике

6 класс \diamond 19 марта 2017 г.

Задача 1. Замените звездочки цифрами так, чтобы пример на умножение в столбик стал верным. (Достаточно указать один способ это сделать.)

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 * * \\ \quad * * \\ \hline * 6 1 \\ * * * \\ \hline * * 0 1 \end{array}$$

Задача 2. Зайчик, ежик и белочка дарят друг другу орехи. Сначала ежик и белочка подарили ровно половину своих орехов зайчику. Затем белочка и зайчик отдали ровно половину того, что имеют, ежику. Наконец, зайчик и ежик отдали ровно половину имеющихся у них орехов белочке. Известно, что у белочки и в начале, и в конце было 44 ореха. Сколько всего орехов у зверят? Приведите все варианты ответа и докажете, что других нет.

Задача 3. В одной из клеток бесконечного клетчатого листа бумаги сидит лягушонок. За один прыжок он смещается в соседнюю по стороне клетку. Назовем клетку *прекрасной*, если лягушонок может в ней оказаться ровно через 2017 прыжков. Сколько всего прекрасных клеток?

Задача 4. Алексей написал на доске несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что лишь у двух из написанных чисел сумма цифр делится на 8: у наименьшего и у наибольшего. Какое максимальное количество чисел могло быть написано на доске?

Задача 5. В клубе любителей чая состоят 20 джентльменов. У каждого джентльмена ровно 13 друзей среди остальных членов клуба. Совет клуба состоит из 10 наиболее выдающихся любителей чая, которые дружат каждый с каждым. Докажите, что весь клуб можно разделить на две группы так, чтобы в каждой из групп любые двое были друзьями.